

一次元井戸型ポテンシャル内の電子に光を照射する場合を考える．エネルギー固有状態における電子の波動関数を $\varphi_n(x, y, z, t) = \phi_n(x, y, z) \exp(-i\omega_n t)$ と書き， x 軸方向に幅 L の一次元井戸型ポテンシャルを考えると，

$$(i) |x| < \frac{L}{2} \text{ において, } \phi_1 = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos\left(\frac{\pi}{L}x\right), \phi_2 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right), \phi_3 = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$$

$$(ii) |x| \geq \frac{L}{2} \text{ において, } \phi_n = 0$$

と表される．(y, z 方向には， $\phi_n(x, y, z)$ は一様．) (講義スライド#91 参照)

以下の間に答えよ．ただし，必要に応じて次の公式を用いても良い．

$$\sin(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin(\alpha) \sin(\beta) = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \}$$

$$\int f(x)g(x)dx = f(x)G(x) - \int f'(x)G(x)dx \quad \text{ただし} \quad f'(x) \equiv \frac{df}{dx}, \quad G(x) \equiv \int g(x)dx$$

- (1) ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 が直交性 (講義スライド#88, (9)式) を満たしていることを示せ．
- (2) $\langle \phi_2 | x | \phi_1 \rangle, \langle \phi_3 | x | \phi_1 \rangle, \langle \phi_3 | x | \phi_2 \rangle$ を求めよ． (講義スライド#100)
- (3) 光の電界ベクトルが x 軸方向を向いている場合を考える．光の周波数がフェルミの黄金律を満たし，光電界の大きさが同じとき，状態 1 (ϕ_1) → 状態 2 (ϕ_2)，状態 1 (ϕ_1) → 状態 3 (ϕ_3)，状態 2 (ϕ_2) → 状態 3 (ϕ_3) の 3 通りの遷移のうち，遷移確率が最も高いものと最も低いものはどれか？
- (4) 電界が y 軸方向を向いている光を入射した場合，状態 1 → 状態 2，状態 1 → 状態 3，状態 2 → 状態 3 の遷移確率はどうか (大きくなるか，小さくなるか，変わらないか，など)？ 理由とともに簡潔に説明せよ．

提出期限：次々回講義 (12/17) 開始時