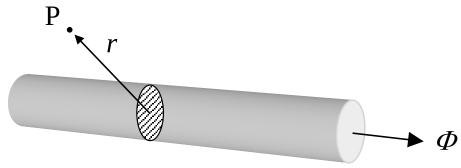
2019.12.9　種村

電気磁気学 II（後半 4 回目）当日問題

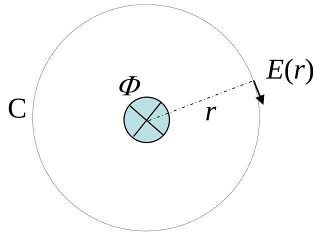
【例題】

［例題］

1．右図のように、直線状磁性体棒の中を一様な磁束Φが発生している。Φが時間的に変化するとき、磁性体棒の中心から距離 r の点 P において発生する電界 $\mathbf{E}$ を求めよ。ただし、点 P は磁性体の外の点である。



［解答］発生する電界は、直線電流の周囲に発生する磁界のように、直線状磁性体棒の中心軸に関して軸対称となる。磁性体棒の中心軸からの距離 r の電界を $E(r)$とし、中心軸から等距離にある半径 r の円周 Cに沿って、ファラデーの法則を適用する。



$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot\mathbf{n}\ dS$$

対称性より、左辺$=2\pi r E(r)$ 。一方、右辺$=-\frac{d\Phi}{dt}$ 。 $\therefore E(r) = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\Phi}{dt}$ ■

2．変圧器（トランス）の原理を理解する。

断面積 S、一周の長さ l、透磁率μの円環鉄心に巻き数 N_1 と N_2 のコイル１、２が同じ向きに巻かれている。なお、μは十分に大きいため、鉄心外への磁束の漏れはないものとする。

(a) コイル１、２の自己インダクタンス L_1 と L_2 をそれぞれ求めよ。

(b) ２つのコイル間の相互インダクタンス M と結合係数を求めよ。

(c) コイル１に交流電圧 $V_1(t)$を印加したとき、コイル２に生じる電圧 $V_2(t)$を $V_1(t)$を用いて表せ。

［解答］発生する電界は、直線電流の周囲に発生する磁界のように、直線状

(a) アンペアの法則より、コイル１への電流I_1が鉄心内に作る磁界H_1は、

$H_1 l = N_1 I_1$より $H_1 = \frac{N_1 I_1}{l}$

$B_1 = \frac{\mu N_1 I_1}{l}$より、コイル１を貫く磁束は、$\Phi_{11} = N_1 S B_1 = \frac{\mu N_1^2 S}{l} I_1$

$\therefore L_1 = \frac{\mu N_1^2 S}{l}$ 同様に、$L_2 = \frac{\mu N_2^2 S}{l}$ ■

(b) $B_1 = \frac{\mu N_1 I_1}{l}$により、コイル２を貫く磁束は、$\Phi_{21} = N_2 S B_1 = \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} I_1$

$\therefore M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{l}$ 結合係数 $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1$ (磁束の漏れがない) ■

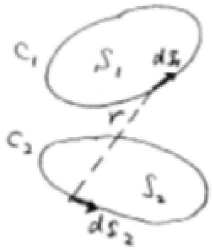
(c) $V_1(t) = L_1 \frac{dI_1(t)}{dt}$, $V_2(t) = M\frac{dI_1(t)}{dt} = \frac{M}{L_1} V_1(t) = \frac{N_2}{N_1} V_1(t)$ 。電圧比 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$ ■

3．２つの電流ループ C_1、C_2 がある。両者間の相互インダクタンス M は次式となることを示せ。ここで、r は $d\boldsymbol{s}_1$ と $d\boldsymbol{s}_2$ の間の距離である。（ヒント：鎖交磁束を、ベクトルポテンシャルを用いて表すと良い。）

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_1}\oint_{C_2} \frac{d\boldsymbol{s}_1 \cdot d\boldsymbol{s}_2}{r}$$

このことから、 $L_{12} = L_{21}\ (\equiv M)$が導かれる。

［解答］C_2 に電流 I_2 が流れているとき，この電流が作るベクトルポテンシャルは，講義(1.11)式より，



$$\mathbf{A}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\oint_{C_2}\frac{d\boldsymbol{s}_2}{r}$$

これが作る磁束のうち，C_1 に鎖交する磁束Φ_{12}は，講義(1.26)式より，

$$\Phi_{12} = \int_{S_1}\mathbf{B}_2\cdot\mathbf{n}\ dS = \int_{S_1}(\nabla\times\mathbf{A}_2)\cdot\mathbf{n}\ dS = \oint_{C_1}\mathbf{A}_2\cdot d\mathbf{s}_1 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\oint_{C_1}\frac{d\boldsymbol{s}_1\cdot d\boldsymbol{s}_2}{r}$$

∴

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_1}\frac{d\boldsymbol{s}_1\cdot d\boldsymbol{s}_2}{r}$$

４．右図のように、磁束密度 B の一様磁界中に、半径 a の円板と中心軸からなる導体が、B に対して円板が垂直になるように設置されている。中心軸の周りに角速度ωで回転させたとき、円板の円周部と中心導体の間に発生する電位差 V を求めよ。

（余力があれば，速度起電力による方法とファラデーの法則による方法の両者で V を求めてみよ。）